西安交通大学考试题

课　　程 概率论与数理统计

学　　院 _____

专业班号 _____　　考 试 日 期 2025 年 4 月 12 日

姓　　名 _____　　学　号 _____　　期中 √

一、单选题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 若事件 A，B 满足 $P(\overline{B}\mid A)=1$，则下列选项正确的是（　　）.

A. A,B 互斥(互不相容)　　B. A,B 独立

C. $A\subset\overline{B}$　　D. A,B 未必是不可能事件

2. 设 $X\sim B(1,0.5)$，$Y\sim B(2,0.5)$ 且 X,Y 相互独立，则以下结论正确的是（　　）.

A. $Y=2X$　　B. $X+Y\sim B(3,0.5)$

C. $P(Y=2X)=1/2$　　D. $P(Y=X)=1/2$

3. 设随机变量 X 服从参数为 1/2 的几何分布，则下列说法正确的是（　　）.

A. $D(X)=1$　　B. $P(X\geq 1)=1/2$

C. $P(X=3\mid X>2)=1/2$　　D. $P(X=2)=1/2$

4. 设 $X\sim U(0,3)$，关于 a 的方程 $a^2+Xa+1=0$ 存在实数根的概率是（　　）.

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 设 $X\sim N(2,\sigma^2)$，已知 $P\{X>1\}=0.7$，则 $P\{X>3\}=$（　　）.

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.2　　D. 0.1

6. 二维随机向量 (X,Y) 的边缘分布均满足正态分布且相关系数 $\rho(X,Y)=0$，则下列结论正确的是（　　）.

A. X 与 Y 未必独立　　B. (X,Y) 的分布一定满足正态分布

C. $X+Y$ 一定满足正态分布　　D. X 与 Y 一定独立

二、填空题(每小题 3 分，共 18 分)

1 .设 $P(A)=0.4, P(B)=0.7, P(\overline{A}\cup\overline{B})=0.8$，则 $P(B\mid(A\cup B))=$_____.

2. 设 $F_1(x)$，$F_2(x)$ 是分布函数，若 $\alpha F_1(x)+0.4F_2(x)$ 也是分布函数，则 $\alpha=$_____.

3. 设 $X\sim Exp(1)$，则 $Y=1-e^{-X}$ 的概率密度为_____.

4. 已知 $X\sim N(1,1)$，则 $E(|X-1|)=$_____.

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App

5. 若 $X\sim P(2)$，$Y\sim P(3)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(2X-3Y)=$_____.

6. 设 $(X,Y)\sim N(1,2,1,4,0)$，$E[(2X+Y)^2]=$_____.

三、（**10 分**）某电商平台使用两个服务器处理订单，每个服务器宕机的概率都是 0.1，且宕机事件相互独立. 当两个服务器都正常时，平台能正常运营；当只有一个服务器宕机时，平台能正常运营的概率为 0.8；当两个服务器都宕机时，平台能正常运营的概率为 0.4. 求：

(1). 该电商平台运营出现故障的概率；

(2) 平台出现故障时，恰好有一个服务器宕机的概率.

四、（**14 分**）设随机变量 $X\sim U(0,2)$，对 X 进行三次独立重复观察. 随机变量 Y 表示观察到 $X>1$ 的次数.

(1) 求 Y 的分布；　　(2) 若 $Z=|Y-2|$，求 Z 的分布；

(3) 求 (Y,Z) 的分布律；　　(4) 求 $Cov(Y,Z)$.

五、（**16 分**）设二维随机向量 (X,Y) 具有概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{5y}{4}, & x^2\le y\le 1,\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$

(1) 求 X,Y 的边缘概率密度；　　(2) X 与 Y 是否独立，说明理由；

(3) 求 $f_{X|Y}(x\,|\,y)$；　　(4) 求 $P(X\le 1/2\,|\,Y=1/2)$.

六、 **(10 分)** 设二维随机向量 (X,Y) 在矩形区域 $D=\{(x,y)\,|\,2\le x\le 4,2\le y\le 4\}$ 上服从均匀分布. 求：

(1) $P\{(X-4)^2+(Y-4)^2>4\}$；　　(2) $Z=\dfrac{X}{Y}$ 的概率密度.

七、（8 分）设 $X\sim\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 0.1 & 0.5 & 0.4\end{pmatrix}$，$(X_1,X_2,X_3)$ 相互独立且与 X 同分布，令 $X_{(1)}=\min\{X_1,X_2,X_3\}$，$X_{(3)}=\max\{X_1,X_2,X_3\}$，分别求 $X_{(1)}$，$X_{(3)}$ 的分布律.

八、（6 分）设 X 与 Y 分别服从 0-1 分布，即 $P\{X=0\}=1-p_1,P\{X=1\}=p_1$，$0<p_1<1$，$P\{Y=0\}=1-p_2$，$P\{Y=1\}=p_2$，$0<p_2<1$. 试证：$X$ 与 Y 相互独立等价于 X 与 Y 不相关.

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App